

RAPPORTS ET PROPORTIONS

I- TABLEAU DE PROPORTIONNALITE

a) Grandeurs proportionnelles

Activité :

Les nutritionnistes soulignent la nécessité de surveiller le nombre de kilocalories (kcal) apportées par notre alimentation. Les graisses alimentaires ou lipides contribuent à cet apport de calories.

Masse de lipides (en g)	15	20	50	100
Nombre de kilocalories	135	180	450	900

Calculer les rapports suivants : $\frac{135}{15} = \dots$; $\frac{180}{20} = \dots$; $\frac{450}{50} = \dots$; $\frac{900}{100} = \dots$

Que constate-t-on ?.....

Le nombre de kilocalories apportées par 1 g de lipides est :

On dit que le nombre de kilocalories est **proportionnel** à la masse de lipides.

Ce tableau est un **tableau de proportionnalité**. Le coefficient de proportionnalité est 9.

Définition :

Un tableau de proportionnalité est un tableau où le rapport d'un nombre de la deuxième ligne par le nombre correspondant de la première ligne est le même pour toutes les colonnes du tableau. Ce rapport constant est appelé **coefficient de proportionnalité**.

b) Coefficient de proportionnalité

Activité :

Une portion de 200 g de frites contient 30 g de lipides. La masse de lipides est proportionnelle à la masse de frites absorbées.

La masse de lipides apportée par 1g de frites est : $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$ g.

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

	Masse de frites (en g)	200	130	
	Masse de lipides (en g)	30		36

Le coefficient de proportionnalité de ce tableau est :

La masse de lipides apportées par 130 g de frites est : × = g

La masse de frites qui contient 36 g de lipides est : ÷ = g

Définition :

- Dans un tableau de proportionnalité, on passe d'un nombre de la première ligne au nombre correspondant de la deuxième ligne en multipliant par le coefficient de proportionnalité.
- On passe d'un nombre de la deuxième ligne au nombre correspondant de la première ligne en divisant par le coefficient de proportionnalité.

Application :

Calculer le coefficient de proportionnalité du tableau suivant et compléter les cases vides :

x...	Prix marqué en €	24	60	
	Remise en €	1,44		6

II- PROPORTIONNALITE ET PRODUIT EN CROIX

Activité :

On considère le tableau de proportionnalité suivant :

Masse de lipides (en g)	15	↖ ↗	20
Nombre de kilocalories	135	↙ ↘	180

On a vu précédemment que l'on a l'égalité : $\frac{135}{15} = \frac{180}{20}$. Une telle égalité s'appelle une **proportion**.

Effectuer les produits indiqués par les flèches : $15 \times 180 = \dots\dots\dots$ et $20 \times 135 = \dots\dots\dots$

Que remarque-t-on ? $\dots\dots\dots$

On dit que dans une proportion les **produits en croix** sont égaux.

Définitions :

Dans une égalité de la forme $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ appelée **proportion** (les nombres b et d ne sont pas égaux à 0), les **produits en croix sont égaux** : $a \times d = b \times c$.

Cette propriété permet de calculer un terme d'une proportion lorsqu'on connaît les trois autres.

Application :

Clément part pour quelques jours en Angleterre où la monnaie utilisée est la livre sterling £. Avant de partir, il souhaite changer 140 €. Il téléphone à sa banque qui lui donne le cours du jour : 1 £ pour 1,4908 €. Clément veut savoir combien il aura de livres sterling.

On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Euros	1,4908	↖ ↗	
Livres sterling		↙ ↘	x

L'égalité des produits en croix s'écrit : $\dots\dots\dots$

La somme obtenue en livres sterling est : $x = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$ £ (arrondir au centième).

III- PROPORTIONNALITE ET FONCTION LINEAIRE

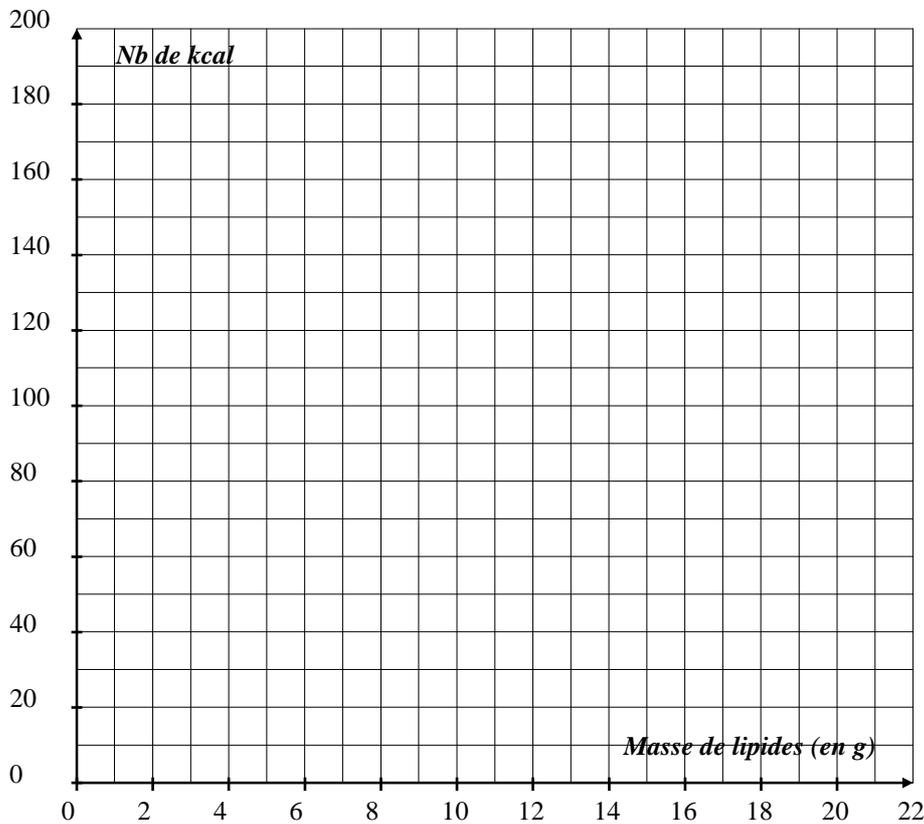
Activité :

Masse de lipides en g x_i	5	10	15	20
Nombre de kilocalories y_i	45	90	135	180

Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? $\dots\dots\dots$

Si oui, quel est son coefficient de proportionnalité ? $\dots\dots\dots$

Placer les points A (5 ; 45), B (10 ; 90), C (15 ; 135) et D (20 ; 180) qui correspondent au tableau ci-dessus dans le repère suivant.



Ces points appartiennent-ils à la même droite ?
 Si oui, la tracer.

Soit x la masse de lipides en g et y le nombre de kilocalories correspondant, donner une relation permettant d'exprimer y en fonction de x :

.....

La droite tracée ci-contre est la droite d'équation $y = 9x$. Elle passe par l'origine et son coefficient directeur est 9.

On dit que la fonction qui à tout nombre x fait correspondre le nombre $9x$ est la **fonction linéaire** de coefficient 9.

En vous aidant de la représentation graphique de cette fonction linéaire (droite ci-dessus), donner :

- Le nombre de kilocalories correspondant à 12 g de lipides :
- La masse de lipides correspondant à 50 kilocalories :

Définition :
 a est un nombre donné.
 On appelle fonction linéaire de coefficient a la fonction f qui, à tout nombre x fait correspondre le nombre $a \times x$.
 On écrit : $f(x) = ax$ ou $f: x \rightarrow ax$
 La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère et ayant a comme coefficient directeur.

Exemple : Soit la fonction f définie par $f: x \rightarrow 9x$
 Alors : $f(4) = \dots\dots\dots$ et $f(8) = \dots\dots\dots$

Remarque :
 Pour toute situation de proportionnalité, il existe une fonction linéaire correspondante.

IV- **POURCENTAGES**
 a) Détermination d'un pourcentage

Activité :
 Le magasin Primini a délivré 5600 tickets de caisse en une journée. 3164 d'entre eux ont donné lieu à un paiement par carte bancaire.
 Le rapport du nombre de paiement par carte bancaire par le nombre de tickets de caisse est : ----- =

La fraction de dénominateur 100 égale à 0,565 est : $\frac{\dots\dots\dots}{100} = 0,565$

Le pourcentage du nombre de paiement par carte bancaire est :%

Définition :

Calculer le pourcentage $p\%$ d'une quantité A par rapport à une quantité B revient à établir une proportion de la

forme : $\frac{A}{B} = \frac{p}{100}$.

On obtient donc le pourcentage p en effectuant le calcul suivant : $p = \frac{A}{B} \times 100$.

Application :

75 élèves de seconde ont réalisé un devoir de maths. Parmi eux, 15 élèves ont eu une note supérieure à 12.

Quel est le pourcentage d'élèves ayant eu une note supérieure à 12 ?

Quel est le pourcentage d'élèves ayant eu une note inférieure à 12 ?

b) Calcul du pourcentage d'une quantité

Activité :

Le chiffre d'affaires du magasin Primini s'élève à 275310 € pour une journée d'ouverture en semaine. Les ventes des rayons d'alimentation représentent 78% de ce montant. On souhaite déterminer le montant m des ventes des rayons d'alimentation.

Compléter l'égalité suivante : $\frac{\dots\dots\dots}{275310} = \frac{\dots\dots\dots}{100}$

Le montant m des ventes des rayons alimentaires s'élève donc à : $m = \frac{\dots\dots\dots}{100} \times 275310 = \dots\dots\dots$ €

Définition :

Pour calculer $p\%$ d'une quantité, on multiplie la quantité par $\frac{p}{100}$.

Application :

Parmi les 75 élèves qui ont réalisé le devoir de maths, 40 % ont eu une note inférieure à 10. Combien d'élèves n'ont pas eu la moyenne ?

c) Pourcentage d'augmentation

Activité :

Le nombre de clients de la grande surface Primini est en moyenne de 5230 le jeudi. Cette fréquentation augmente de 30% le samedi.

L'augmentation du nombre de clients entre le jeudi et le samedi est : $\times \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$

Le nombre de clients le samedi est : + =

On peut présenter ce calcul différemment. Le nombre de clients le samedi peut s'écrire :

$$5230 + 5230 \times \frac{30}{100} \quad \text{ou encore} \quad (5230 \times 1) + \left(5230 \times \frac{30}{100}\right)$$

En mettant 5230 en facteur commun dans cette expression, on obtient :

5230 (..... +) = 5230 \times =

Définition :

Augmenter une quantité de $p\%$, c'est la multiplier par $1 + \frac{p}{100}$.

d) Pourcentage de diminution

Activité :

Le nombre de clients de la grande surface Primini est de 170360 au mois de juin. Cette fréquentation baisse de 15% au mois de juillet.

La diminution du nombre de clients entre juin et juillet est : $\times \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$

Le nombre de clients au mois de juillet est : - =

On peut présenter ce calcul différemment. Le nombre de clients en juillet peut s'écrire :

$$170360 - 170360 \times \frac{15}{100} \quad \text{ou encore} \quad (170360 \times 1) - \left(170360 \times \frac{15}{100}\right)$$

En mettant 170360 en facteur commun dans cette expression, on obtient :

170360 (..... -) = 170360 \times =

Définition :

Diminuer une quantité de $p\%$, c'est la multiplier par $1 - \frac{p}{100}$.